EXERCICE N°3 : 4 points

L'espace ξ rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on donne les points $A(0,1,2)$; $B(1,2,0)$ et $C(2,0,1)$.

1) a) Vérifier que les points A, B et C déterminent un plan P et qu'une équation cartésienne de $P : x+y+z-3=0$.

b) Déterminer une équation cartésienne de la sphère S de centre O et tangente à P et trouver les coordonnées du point de contact H.

2) Soit $m \in IR$ et les points $E(m,\sqrt{3},-\mathrm{m})$; $F(m,-\sqrt{3},-m)$.

On désigne par S_m l'ensemble des points M de l'espace tel que $ME^2+\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{EF}=0$.

a) Montrer que pour tout réel m, S_m est une sphère de diamètre $[EF]$.

b) Soit I_m le centre de S_m. Montrer que l'ensemble des points I_m est une droite Δ parallèle à P.

c) Montrer que pour $m \in IR$, S_m est tangente à P.

3) Soit J_m le point de contact de S_m et P. Déterminer *m* pour que la distance $J_m J_{-m}=4\sqrt{2}$.

EXERCICE N°4 : 7 points

I– On considère la fonction *f* définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x)=\sqrt{x}\,e^{1-x}$.

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. (unité graphique : 2cm)

1) a) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, (On pourra écrire $f(x)=\frac{e}{\sqrt{x}}\times\frac{x}{e^x}$).

Interpréter graphiquement le résultat.

b) $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Montrer que pour tout $]0,+\infty[$, $f'(x)=\frac{1-2x}{2\sqrt{x}}e^{1-x}$.

b) Dresser le tableau de variation de *f*.

3) Construire la courbe $\mathscr{C}$.

II– On considère la suite (u_n) définie sur IN^* par : $u_n=\int_n^{n+1} f(t)dt$.

1) Interpréter graphiquement u_n.

2) a) Montrer que pour tout $n \in IN^*$, $f(n+1)\le u_n \le f(n)$.

b) En déduire que la suite (u_n) est décroissante.

4) Montrer que (u_n) est convergente. Calculer sa limite.

Qarray.tn -Agra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Agra Blech- Qarray.tn